

DISTRIBUIÇÃO DA VULNERABILIDADE SOCIAL NO CEARÁ: UMA ABORDAGEM EM ECONOMETRIA ESPACIAL

Renan dos Santos Cândido¹
Francisco Germano Carvalho Lucio²

RESUMO

Este estudo investiga a vulnerabilidade social nos municípios do Ceará, utilizando como *proxy* o percentual de beneficiários do programa Auxílio Brasil. A análise utiliza indicadores socioeconômicos municipais em uma abordagem de econometria espacial, buscando identificar dependência espacial e estimar os efeitos desses fatores sobre a vulnerabilidade social. Através de testes amplamente empregados na literatura detectou-se a presença de dependência espacial. A seleção do modelo espacial mais adequado foi guiada pelo teste de especificação de Koley e Bera (2024). Os resultados apontam para a predominância de dependência espacial na defasagem espacial da variável dependente, indicando o modelo SAR (*spatial autorregressive*) como o mais consistente para analisar esse problema, nesse recorte. Entre os fatores que mais influenciam a vulnerabilidade social nos municípios do Ceará destacam-se a taxa de analfabetismo, a proporção de jovens e o acesso à internet. Os resultados corroboram com a literatura e reforçam a importância de incorporar interações espaciais no diagnóstico e análise de questões socioeconômicas, bem como no desenho de políticas públicas que tratem questões sensíveis às desigualdades regionais.

Palavras-chave: vulnerabilidade social; econometria espacial; Ceará.

ABSTRACT

This paper examines social vulnerability across municipalities in the state of Ceará, using the share of beneficiaries of the *Auxílio Brasil* program as a proxy. Employing municipal socioeconomic indicators within a spatial econometric framework, the analysis seeks to detect spatial dependence and estimate the effects of these factors on social vulnerability. Standard tests in the literature confirm the presence of spatial dependence, and the selection of the most appropriate spatial model is guided by the specification test proposed by Koley and Bera (2024). The results indicate that spatial dependence operates predominantly through the spatial lag of the dependent variable, identifying the Spatial Autoregressive Model (SAR) as the most consistent approach for this context. Among the factors that most strongly influence social vulnerability in Ceará are illiteracy rates, the proportion of young people, and access to the internet. The findings align with existing literature and underscore the importance of incorporating spatial interactions into the assessment of socioeconomic conditions, as well as into the design of public policies aimed at addressing issues shaped by regional inequalities.

Keywords: social vulnerability; spatial econometrics; Ceará.

Classificação JEL: R15; I32; C21; C31.

Área 3 – História e Geografia Econômica

¹ Universidade Federal do Ceará – UFC. E-mail: renandossantoscandido@gmail.com.
Contato: 85 9 9813 2606.

² Universidade Federal do Ceará – UFC. E-mail: germanocarvalho@caen.ufc.br.

1. INTRODUÇÃO

A vulnerabilidade social manifesta-se de forma heterogênea no território, refletindo desigualdades estruturais que variam entre regiões e que tendem a se agrupar espacialmente. Nesse contexto, a econometria espacial constitui uma ferramenta fundamental para compreender tais padrões, ao permitir capturar dependências entre unidades vizinhas que modelos tradicionais frequentemente ignoram (Anselin, 1988). Essa abordagem tem sido amplamente empregada no Brasil para investigar desigualdades regionais, pobreza e privações sociais, destacando como características socioeconômicas de um município podem influenciar seus arredores (Fingleton, 2001).

Dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) revelam que, em 2022, 31,6% da população brasileira vivia com até R\$ 665 mensais, valor equivalente à linha de pobreza internacional definida pelo Banco Mundial. Em 2023, esse percentual caiu para 27,4%, mostrando uma redução da pobreza em nível nacional. Contudo, no Ceará, a vulnerabilidade social permanece como um desafio estrutural, especialmente em áreas rurais e nas periferias urbanas, onde fatores como o baixo acesso à educação, a informalidade no mercado de trabalho e a precariedade da infraestrutura básica perpetuam ciclos de exclusão e desigualdade.

O Ceará apresenta assimetrias territoriais marcantes e fragilidades estruturais persistentes, especialmente em áreas do interior e do semiárido, onde se concentram déficits em educação, infraestrutura, emprego formal e renda (IPECE, 2023; SEPLAG-CE, 2017). Apesar dos avanços em políticas públicas nas últimas décadas, o estado ainda exhibe elevada dependência de programas de transferência de renda, como o Auxílio Brasil (IPEA, 2022). Nesse contexto, compreender os padrões espaciais da vulnerabilidade social no território cearense é essencial para orientar estratégias públicas mais eficazes e sensíveis às diferenças regionais.

No Ceará, a pobreza apresenta uma distribuição espacial que evidencia não apenas as desigualdades socioeconômicas, mas também os elementos estruturais e históricos que sustentam situações persistentes de vulnerabilidade social. Estudos do Instituto de Pesquisa e Estratégia Econômica do Ceará (IPECE) indicam que a pobreza extrema se concentra predominantemente em municípios do interior, especialmente na região norte e no sertão central, territórios marcados por infraestrutura precária, baixa oferta de empregos formais e acesso limitado a serviços públicos essenciais. Em IPECE (2024) destaca-se que a proporção de pessoas abaixo da linha de pobreza internacional no estado do Ceará variava significativamente entre as regiões, refletindo disparidades no desenvolvimento econômico e social e revelando padrões territoriais de vulnerabilidade.

Para Anselin (1988) a análise dessas dinâmicas territoriais é fundamental para a formulação de políticas públicas mais eficazes e sensíveis às especificidades locais. Nesse contexto, a econometria espacial oferece importantes ferramentas para compreender os padrões de distribuição da pobreza e da vulnerabilidade, ao incorporar a influência da localização geográfica e das interdependências espaciais entre os municípios.

Diante do exposto, este estudo investiga a vulnerabilidade social nos municípios do Ceará, utilizando o percentual de beneficiários do Auxílio Brasil como *proxy* para essa situação socioeconômica. Além de identificar a influência de fatores determinantes associados à vulnerabilidade, considera-se a dimensão espacial como fator determinante. Para tanto, utiliza-se a econometria espacial como metodologia. Este trabalho contribui com a atualização empírica da modelagem da vulnerabilidade social neste recorte geográfico específico por meio da aplicação dos testes de especificação propostos por Koley e Bera (2024), capazes de indicar de forma mais robusta a estrutura espacial adequada ao fenômeno.

Além desta introdução, este trabalho está organizado em mais quatro seções. A seguir, apresenta-se a fundamentação teórica sobre vulnerabilidade social bem como a abordagem espacial desse fenômeno. Na seção 3 descrevem-se os dados e a metodologia, incluindo os modelos espaciais e os testes de especificação. Posteriormente, são apresentados os resultados empíricos e, por fim, as considerações finais sintetizam as principais evidências e implicações.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Vulnerabilidade Social: Definições e Principais Aspectos

A vulnerabilidade social é compreendida como a condição em que indivíduos, famílias ou grupos estão expostos a riscos sociais e econômicos, com baixa capacidade de enfrentamento, em razão da precariedade nas relações com o mercado de trabalho, o acesso limitado às políticas públicas e o enfraquecimento das redes de apoio social (Kaztman, 2000). Trata-se de um fenômeno multidimensional, que abrange privações em áreas como saúde, educação, moradia, renda e segurança, exigindo abordagens integradas e territoriais para sua análise (IPEA, 2015). Essa perspectiva é compatível com abordagens como a de Alkire e Foster (2007), que defendem a análise simultânea de múltiplas privações como forma mais precisa de mensurar as desvantagens sociais enfrentadas por indivíduos e comunidades.

Nesse sentido, a pobreza pode ser compreendida como uma das expressões mais evidentes da vulnerabilidade social, caracterizando-se como uma forma de privação que pode ser exclusivamente material ou abranger aspectos culturais e relacionais, considerando os recursos disponíveis de um indivíduo ou família (Sen, 1981). A vulnerabilidade social, por sua vez, amplia essa noção ao incorporar outras dimensões, como insegurança alimentar, baixa escolaridade, informalidade no trabalho e ausência de redes de proteção (Kaztman, 2000).

A pobreza, enquanto uma das dimensões constitutivas da vulnerabilidade social, pode assumir características absolutas, relativas ou subjetivas. A concepção de pobreza absoluta, discutida por Smith (1776), relaciona-se à carência de recursos essenciais para a sobrevivência humana, como alimentação, moradia e vestuário. Por sua vez, a pobreza relativa, desenvolvida por Townsend (1979), refere-se à incapacidade de acesso a padrões de vida considerados normais dentro de uma determinada sociedade. Já a pobreza subjetiva, presente nas formulações de Sen (1981), considera as percepções individuais de privação, incluindo aspectos psicológicos, emocionais e relacionais, que influenciam diretamente o bem-estar e a integração social dos indivíduos. Essas diferentes formas de entender a pobreza contribuem para ampliar a compreensão da vulnerabilidade social como um fenômeno multidimensional.

Conforme Kageyama e Hoffmann (2006), a definição de quem é considerado pobre e a quantificação da pobreza em uma sociedade são temas de estudo amplamente debatidos e historicamente construídos. Um marco importante nessa trajetória é o estudo de Rowntree (1901), no qual o autor realiza uma análise detalhada das condições de vida urbana na Inglaterra, abordando fatores como salários, condições de trabalho, nutrição, saúde e habitação. A partir desse levantamento, propôs a distinção entre pobreza primária associada à insuficiência de recursos para satisfazer necessidades básicas e pobreza secundária, relacionada ao uso inadequado dos recursos disponíveis. Essa diferenciação permanece relevante para a análise contemporânea da vulnerabilidade social, pois evidencia que a escassez material pode se combinar a dimensões comportamentais e estruturais que agravam a exclusão.

Conforme Ramos (2000), embora tenha ocorrido uma redução proporcional da pobreza entre 1980 e 2000, o crescimento populacional resultou no aumento absoluto das pessoas em situação de vulnerabilidade social, demonstrando que enfrentar essas questões demanda não apenas crescimento econômico, mas também políticas estruturais que considerem a complexidade e multidimensionalidade da vulnerabilidade. Além disso, estudos como os de Ayres et al. (2009), Monteiro (2011) e a Política Nacional de Assistência Social (PNAS, CNAS 145/2004) evidenciam que a vulnerabilidade social no Brasil é resultado da interação entre fatores estruturais (desigualdade econômica, precarização do trabalho, segregação territorial) e a fragilidade dos sistemas de garantia de direitos.

Para Anselin (1988), a econometria espacial se apresenta como uma ferramenta fundamental para a análise desses fenômenos discutidos acima, pois permite identificar como a localização geográfica e as interações entre territórios influenciam o bem-estar das populações, contribuindo para a compreensão dos fatores estruturais e regionais que moldam as condições de vida. Assim, a seguir, apresenta-se um compilado da literatura internacional, nacional e, por fim, direcionada ao escopo deste trabalho, os municípios do Estado do Ceará.

2.2. Abordagem Espacial da Vulnerabilidade Social

A literatura internacional que aborda pobreza e vulnerabilidade social a partir de ferramentas de econometria espacial evidencia que a distribuição desigual de privação tende a formar estruturas territoriais persistentes, frequentemente organizadas em padrões de aglomeração. Holt (2007) mostra a presença de padrões espaciais nítidos, com regiões de alta pobreza cercadas por áreas com características semelhantes, sugerindo que a compreensão da geografia da pobreza requer métodos capazes de captar dependência espacial e heterogeneidade localizada.

Josh e Gebremedhin (2012) aplicam modelos espaciais para investigar a relação entre pobreza e desigualdade na região dos Apalaches, encontrando uma relação inversa entre pobreza e desigualdade de renda. Já Tong e Kim (2019) analisam a distribuição espacial da pobreza na região metropolitana de Los Angeles, destacando a crescente fragmentação da pobreza em áreas suburbanas. Esses autores mostram que as mudanças no padrão territorial da pobreza são moldadas por processos espaciais, como clustering de riqueza e transformações demográficas, reforçando a necessidade de modelos que incorporem explicitamente estruturas espaciais.

Considerando, ainda, a literatura internacional observa-se uma convergência de resultados. Movahhed et al. (2016) analisam a pobreza urbana em Teerã com base em um conjunto de indicadores socioeconômicos, culturais, habitacionais e educacionais, identificando forte hierarquização territorial e concentração da pobreza em distritos periféricos. Já Zandi, Zanganeh e Akbari (2019) aplicam métodos multicritério combinados a estatísticas espaciais para identificar padrões de pobreza urbana em Sabzevar (Irã), revelando que bairros marginais apresentam padrões de alta autocorrelação espacial. Por sua vez, Nawawi et al. (2019) utilizam um modelo Poisson espacial para explicar risco de pobreza na Malásia, destacando o papel de fatores sociodemográficos e da autocorrelação espacial.

Numa perspectiva mais dinâmica e estruturada, Barros e Gupta (2017) investigam a relação entre crescimento, desigualdade e pobreza na África do Sul por meio de modelos espaciais em painel dinâmico. Os autores encontram forte persistência temporal e espacial da pobreza, reforçada por elevada desigualdade regional. O estudo mostra que os efeitos espaciais atuam tanto de forma direta quanto indireta, implicando que o crescimento econômico, embora relevante, não é capaz de reduzir a pobreza sem políticas específicas que atuem sobre a difusão espacial da desigualdade.

Estudos mais recentes, como o de Khan e Sloboda (2023), aprofundam essa literatura ao utilizar o índice multidimensional de pobreza e regressões espaciais para os distritos do Paquistão, identificando clusterização persistente e forte influência da renda dos distritos vizinhos. Esses resultados reforçam o argumento de que a pobreza tende a se distribuir de forma não aleatória no espaço, sendo moldada por condições estruturais que transcendem limites administrativos e sugerindo que políticas focalizadas podem gerar spillovers territoriais positivos ou negativos.

No contexto brasileiro, a literatura que aplica técnicas de econometria espacial ao estudo da pobreza tem crescido ao longo do tempo. Silva, Borges e Parré (2014) analisam a pobreza municipal no Paraná e encontram forte autocorrelação espacial, indicando que a pobreza em um município está associada à pobreza dos vizinhos. O estudo mostra que maior renda média e maior urbanização reduzem a pobreza, enquanto maior desigualdade aumenta sua incidência. No mesmo sentido, Moraes e Santos (2019), analisando os municípios de Minas Gerais, e Teixeira (2020) analisando os municípios de Alagoas, confirmam padrões espaciais de dependência, reforçando a ideia de que a pobreza de um município é explicada, em parte, pela pobreza de seus vizinhos.

A literatura brasileira também tem avançado na compreensão da pobreza multidimensional sob uma ótica espacial. Brambilla e Cunha (2021) mostram que as dimensões habitação e demografia são as mais relevantes para explicar maior incidência de pobreza, e a saúde/saneamento e renda contribuindo para sua redução. Mais recentemente, Canazas et al. (2024) analisam a pobreza em escala de Unidades da Federação e confirmam a existência de clusters do tipo alto–alto no Nordeste e baixo–baixo nas regiões Sul, Sudeste e Centro-Oeste, evidenciando padrões persistentes de desigualdades regionais e reforçando a importância de políticas regionais diferenciadas.

2.3. Abordagem Espacial da Vulnerabilidade Social no Estado do Ceará

Especificamente para o estado do Ceará, Chiarini (2008) oferece um panorama detalhado da evolução da pobreza entre 1991 e 2000, destacando a presença de clusterização persistente da miséria no território cearense e sugerindo que parte da dinâmica da pobreza se comporta como um processo de difusão espacial. Esse estudo reforça a ideia de que a pobreza no Ceará é marcada por estruturas territoriais duráveis, em que municípios vulneráveis tendem a formar sistemas de pobreza interconectados, com implicações diretas para políticas de desenvolvimento regional.

Os estudos existentes no contexto dos municípios do estado do Ceará apontam de forma consistente para a presença de forte autocorrelação espacial na distribuição da pobreza. Medeiros e Pinho Neto (2011) examinam a extrema pobreza e confirmam forte concentração espacial, além de mostrar que maiores níveis de renda per capita, emprego formal e infraestrutura domiciliar reduzem a incidência de miséria, enquanto analfabetismo e dependência demográfica ampliam a vulnerabilidade social. Ainda, Silva e Justo (2014) analisam os efeitos do crescimento econômico e da desigualdade sobre a pobreza no período 1991–2000, encontrando evidências de crescimento pró-pobre, mas também clara necessidade de modelos espaciais, uma vez que a pobreza em um município cearense é influenciada pela pobreza dos municípios vizinhos.

Ainda, análises espaciais realizadas em bairros de Fortaleza demonstram que índices que incorporam variáveis para além da renda como educação, saúde e condições de moradia são consistentes e eficazes na identificação de territórios vulneráveis, reforçando a importância desse tipo de abordagem na formulação de políticas públicas (Barreto; Santos; Carvalho, 2018). Essa perspectiva está alinhada ao método proposto por Alkire e Foster (2007), originalmente voltado à mensuração da pobreza multidimensional, mas amplamente utilizado em estudos sobre vulnerabilidade social, ao considerar múltiplas privações que afetam simultaneamente indivíduos e comunidades.

De modo geral, a literatura internacional, nacional e específica do Ceará converge para alguns elementos centrais. Primeiramente, tem-se que a pobreza apresenta padrões claros de dependência espacial, tanto em países desenvolvidos como em países em desenvolvimento. Segundo, que a desigualdade e a urbanização desempenham papéis estruturantes na determinação da pobreza, afetando não apenas o município, mas toda sua vizinhança. Adicionalmente, que os mecanismos espaciais são fundamentais para compreender a persistência e a difusão da pobreza, sobretudo onde há heterogeneidade socioeconômica significativa. Por fim, que políticas públicas territoriais devem levar em conta essas interdependências, uma vez que choques positivos ou negativos tendem a se propagar de forma espacialmente estruturada.

3. METODOLOGIA

A metodologia está organizada em quatro partes principais. Inicialmente serão detalhadas as variáveis empregadas. Em seguida serão apresentados os métodos de análise de dados espaciais, seguindo-se da especificação dos modelos econométricos utilizados. Por fim, especifica-se o teste de Koley e Bera (2024) para diagnóstico de dependência espacial.

3.1. Coleta de dados

Neste estudo, foram utilizados dados secundários provenientes de diferentes fontes oficiais. A base cartográfica utilizada corresponde à malha georreferenciada dos municípios do Ceará, disponibilizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2024), referente à divisão político-administrativa mais recente.

A variável dependente e as variáveis explicativas foram obtidas a partir de três fontes principais. Primeiramente, a variável dependente foi coletada a partir de dados do Cadastro Único (CadÚnico), do Ministério da Cidadania. Calculou-se o percentual da população beneficiária do Programa Auxílio Brasil. A partir do Censo Demográfico de 2022, disponibilizado pelo IBGE, obtiveram-se dados agregados sobre analfabetismo, estrutura etária, acesso à internet e outras características populacionais. Do Instituto de Pesquisa e Estratégia Econômica do Ceará (IPECE), responsável pela disponibilização

de indicadores calculado para os municípios cearenses, obteve-se o Índice de Desenvolvimento Municipal (IDM Global). Além disso, a variável referente à taxa de empregos formais foi construída por elaboração própria a partir do cruzamento entre dados do Cadastro Geral de Empregados e Desempregados - CAGED e da população ocupada obtida no Censo Demográfico.

Quadro 1 – Descrição das Variáveis

Variável	Descrição	Fonte	Justificativa
Auxílio Brasil	Percentual da população beneficiária do Auxílio Brasil em cada município, em relação a sua população total.	Cadastro Único – CadÚnico e Censo Demográfico de 2022 – IBGE	É uma política pública de transferência direta de renda do governo federal destinada a famílias em situação de vulnerabilidade social, com o objetivo de promover a segurança alimentar, o acesso a serviços básicos e a redução da vulnerabilidade. Essa variável funciona como um indicador empírico da vulnerabilidade social.
Analfabetismo (15 anos ou mais)	Taxa de analfabetismo da população. Considera-se analfabeta a pessoa de 15 anos ou mais de idade que não sabe ler nem escrever um bilhete simples.	Censo Demográfico de 2022 – IBGE	A variável reflete diretamente os níveis de exclusão educacional da população adulta e compõe uma das dimensões estruturais da vulnerabilidade social.
Conexão à Internet	Proporção de domicílios particulares permanentes ocupados com acesso à internet em relação ao total de domicílios permanentes ocupados de cada município.	Censo Demográfico de 2022 – IBGE	Indicador que representa o grau de conectividade domiciliar em cada município. A inclusão digital é uma dimensão cada vez mais relevante da vulnerabilidade social, pois o acesso à internet influencia o acesso à informação, à educação, a oportunidades de trabalho e à participação cidadã.
Jovens (0 a 17 anos)	Proporção da população de 0 a 17 anos em relação ao total da população de cada município.	Censo Demográfico de 2022 – IBGE	A presença de uma alta proporção de crianças e adolescentes pode indicar maior dependência econômica e necessidade de políticas públicas voltadas à proteção social, educação e saúde.
IDM Global	O Índice de Desenvolvimento Municipal (IDM Global) é um índice sintético elaborado pelo Instituto de Pesquisa e Estratégia Econômica do Ceará (IPECE). Ele é composto por indicadores agrupados em três dimensões: educação, saúde e renda.	Instituto de Pesquisa e Estratégia Econômica do Ceará – IPECE	É um indicador que expressa o nível de desenvolvimento estrutural dos municípios cearenses, permitindo uma avaliação integrada das condições socioeconômicas locais. Neste estudo, o IDM Global é utilizado como uma medida de síntese das condições estruturais que influenciam a vulnerabilidade social. Ademais, o índice não apresenta dentro de suas dimensões outros dados já apresentados no estudo, evitando problemas de multicolinearidade.
Taxa de Empregos Formais	Razão entre o número de pessoas empregadas formalmente (CAGED) e a população ocupada total (IBGE).	Cadastro Geral de Empregados e Desempregados – CAGED; Censo Demográfico de 2022 – IBGE	A formalização do trabalho é um importante indicador das condições do mercado de trabalho e da estabilidade econômica de uma população. A variável foi construída com o objetivo de mensurar o grau de formalização do trabalho em cada município.

Fonte: Elaboração própria (2025).

3.2. Análise dos dados

Uma vez que os modelos tradicionais de regressão linear não consideram os efeitos da autocorrelação e heterogeneidade espaciais, este trabalho adota a econometria espacial como abordagem. A econometria espacial é particularmente útil quando se assume que a variável observada em uma unidade territorial pode influenciar ou ser influenciada por outras unidades próximas. Importa destacar que essa noção de “proximidade” não se restringe à distância geográfica, embora essa seja a forma mais usual de aplicação. Segundo LeSage e Pace (2009), a dependência espacial pode também refletir relações econômicas, sociais ou estruturais entre os territórios, mesmo quando não são próximos no espaço físico. Com base nisso, esta seção será organizada em três partes: Matriz de Dados Espaciais, Índice de Moran e Modelos Econométricos Espaciais.

3.2.1 Matriz de Dados Espaciais

A matriz de dados espaciais ou matriz de vizinhança é uma matriz quadrada, geralmente denotada por W , onde o número de linhas e colunas é igual ao número de unidades espaciais analisado. Cada elemento W_{ij} dessa matriz representa o grau de interação ou proximidade entre as unidades espaciais i e j . Em sua forma mais simples, essa interação pode ser binária (1 se i e j são vizinhos e 0 caso contrário), mas também pode ser ponderada, levando em consideração a distância ou formas alternativas de interação.

A matriz de vizinhança deve ser concebida de acordo com a natureza do problema. Um dos métodos principais e/ou mais comuns para organizar informações no espaço é o critério de contiguidade, que indica a relação espacial de uma unidade com as demais ao seu redor. Em termos de dependência espacial, assume-se que áreas próximas possuem um nível de interdependência maior do que aquelas distantes, um entendimento advindo da primeira lei da Geografia, de Tobler (1970). Nesse contexto, dois tipos comuns de matrizes de peso com base em contiguidade são conhecidos como "Rainha" e "Torre", em referência aos movimentos dessas peças no jogo de xadrez (Silva, Borges e Parré, 2013).

Dessa maneira, a tarefa consiste em identificar a matriz de pesos espaciais que mais adequadamente reflete a correlação espacial real dos dados analisados. Uma abordagem comum para essa escolha é utilizar a matriz que apresenta o maior valor de autocorrelação entre os dados, tema que será discutido na próxima seção.

3.2.2 Índice de Moran

A avaliação inicial da dependência espacial foi realizada por meio do Índice de Moran Global, uma medida clássica de autocorrelação espacial que verifica se valores similares de uma variável tendem a se agrupar no território (Moran, 1950; Anselin, 1988). O teste permite avaliar a hipótese nula de aleatoriedade espacial, indicando a presença de padrões estruturados quando o índice é estatisticamente diferente de zero.

Para complementar a análise, utilizou-se o Índice de Moran Local (LISA), proposto por Anselin (1995), que identifica clusters de valores altos e baixos, bem como possíveis *outliers* espaciais. Ambas as medidas foram estimadas com base em uma matriz de vizinhança do tipo Rainha (*Queen*), amplamente empregada em estudos regionais. A combinação entre Moran Global, LISA e o diagrama de dispersão espacial permite identificar tanto a intensidade quanto a localização dos padrões espaciais, servindo como etapa preliminar para a escolha e estimação dos modelos econométricos espaciais.

3.3. Modelos Econométricos Espaciais

Após a identificação preliminar de dependência espacial por meio do Moran Global e do LISA, procede-se à estimação de modelos econométricos espaciais. Esses modelos diferem dos tradicionais por incorporarem componentes espaciais, permitindo capturar interdependências entre unidades vizinhas. Como discutido por Anselin (1988), a presença de autocorrelação espacial torna o estimador de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) inadequado. Quando a dependência ocorre na variável dependente, as estimativas tornam-se viesadas e inconsistentes. Já quando ocorre no termo de erro, permanecem consistentes, mas perdem eficiência.

Embora o MQO ainda seja utilizado como ponto de partida, a escolha do modelo espacial adequado requer testes específicos. Neste estudo, a seleção é realizada a partir do arcabouço de especificação proposto por Koley e Bera (2024), que permite distinguir, de forma robusta, se a dependência espacial ocorre no defasagem espacial da variável dependente, nos regressores espacialmente defasados ou em ambos. Essa abordagem supera limitações presentes em testes clássicos e oferece um diagnóstico mais apropriado em cenários onde múltiplas formas de dependência podem coexistir.

O modelo a ser estimado, considerando apenas as variáveis explicativas já apresentadas, pode ser formalmente representado por:

$$\text{Auxílio Brasil} = \beta_0 + \beta_1 \text{Analfabetismo} + \beta_2 \text{Jovens} + \beta_3 \text{Internet} + \beta_4 \text{IDM Global} + \beta_5 \text{Taxa de Empregos Formais} + \varepsilon \quad (1)$$

Considerar-se-á quatro modelos espaciais tradicionais: o modelo de defasagem espacial (*Spatial Autorregressive* - SAR), o modelo de erro espacial (*Spatial Error Model* - SEM), o modelo cruzado espacial (*Spatial Lag of the X Variables* - SLX), e o Modelo Durbin Espacial (*Spatial Durbin Model* - SDM).

3.3.1 Modelo de Defasagem Espacial (SAR)

O modelo de defasagem espacial é utilizado quando há uma dependência direta entre as variáveis dependentes de diferentes unidades espaciais (como regiões ou cidades). Esse modelo inclui uma variável espacial que representa a defasagem de uma variável dependente em relação a suas vizinhas (LeSage e Pace, 2009; Almeida, 2012). A especificação do modelo é dada por:

$$Y = \rho W Y + X \beta + \varepsilon \quad (2)$$

Onde Y é o vetor de variáveis dependentes, W é a matriz de pesos espaciais, ρ é o parâmetro de defasagem espacial, X é a matriz de variáveis explicativas, β é o vetor de coeficientes e ε é o vetor de erros.

3.3.2 Modelo de Erro Espacial (SEM)

O modelo de erro espacial é usado quando a dependência espacial se manifesta nos termos de erro do modelo, ou seja, quando os erros de uma unidade espacial estão correlacionados com os erros de unidades vizinhas (LeSage e Pace, 2009; Almeida, 2012). A seguir, a especificação do modelo:

$$Y = X \beta + \varepsilon \quad (3)$$

Onde $\varepsilon = \lambda W \varepsilon + u$, sendo u o vetor de erros aleatórios e λ o parâmetro de autocorrelação espacial dos erros.

3.3.3 Modelo Cruzado Espacial (SLX)

O modelo cruzado espacial permite que a variável dependente de uma unidade espacial seja influenciada tanto pelas variáveis explicativas observadas na própria unidade quanto pelas variáveis explicativas das unidades vizinhas (Almeida, 2012). A seguir, a especificação do modelo:

$$Y = \beta X + W X \tau + \varepsilon \quad (4)$$

Onde τ representa o efeito transbordamento.

3.3.4 Modelo Durbin Espacial (SDM)

O Modelo Durbin Espacial é uma generalização dos modelos de defasagem espacial e do modelo cruzado espacial. Incorpora simultaneamente a defasagem espacial da variável dependente e das variáveis explicativas, possibilitando captar os efeitos diretos e indiretos que ocorrem entre unidades espaciais vizinhas (LeSage & Pace, 2009). A especificação do modelo é dada pela equação 5. Os termos já foram devidamente descritos nas equações anteriores (2, 3 e 4).

$$Y = \rho W Y + \beta X + W X \tau + \varepsilon \quad (5)$$

3.4 Teste de Koley e Bera (2024) para diagnóstico da dependência espacial

A seleção adequada do modelo econométrico espacial depende da correta identificação do tipo de dependência espacial nos dados. A literatura tradicional utiliza os testes do Multiplicador de Lagrange (*Lagrange Multiplier*) LM e LM robustos (Anselin et al., 1996). No entanto, esses testes apresentam limitações bem documentadas: baixa potência em amostras pequenas, sensibilidade à especificação da matriz de pesos e dificuldade em lidar com múltiplas formas simultâneas de dependência espacial.

Com o objetivo de superar essas restrições, Koley e Bera (2024) propuseram um conjunto de testes de diagnóstico baseados em uma formulação expandida do modelo espacial linear. Esses testes avaliam separadamente e conjuntamente a presença de dependência espacial em três componentes:

1. RSI – dependência espacial na variável dependente (*spatial lag* de y);
2. RSg – dependência espacial nas covariáveis (*spatial lag* de X);
3. RSlg – dependência espacial conjunta (*spatial lag* de $y + \text{spatial lag de } X$).

Koley e Bera (2024) também desenvolvem versões robustas (RSI* e RSg*), que ajustam a estatística para a correlação entre os componentes espaciais, oferecendo testes mais robustos sob violações de exogeneidade e colinearidade entre *lags* espaciais. A lógica do teste parte da expansão do modelo clássico de regressão espacial, permitindo escrever:

$$Y = \rho WY + \beta X + WX\gamma + u, u \sim N(0, \sigma^2 I) \quad (6)$$

e avaliando hipóteses nulas como:

- $H_0: \rho=0$ (RSI);
- $H_0: \gamma=0$ (RSg);
- $H_0: \rho=\gamma=0$ (RSlg).

As estatísticas seguem distribuições qui-quadrado sob a hipótese nula, com graus de liberdade definidos pelo número de parâmetros testados (1 para RSI, 1 para RSI*, número de covariáveis para RSg e RSg*, e sua soma para RSlg).

A principal vantagem desses testes é que permitem diagnosticar com precisão qual componente espacial domina a estrutura dos dados, evitando conclusões equivocadas que levariam à seleção de um modelo espacial inadequado (como confundir dependência no erro com dependência nas covariáveis, algo comum nos testes LM tradicionais).

4. RESULTADOS

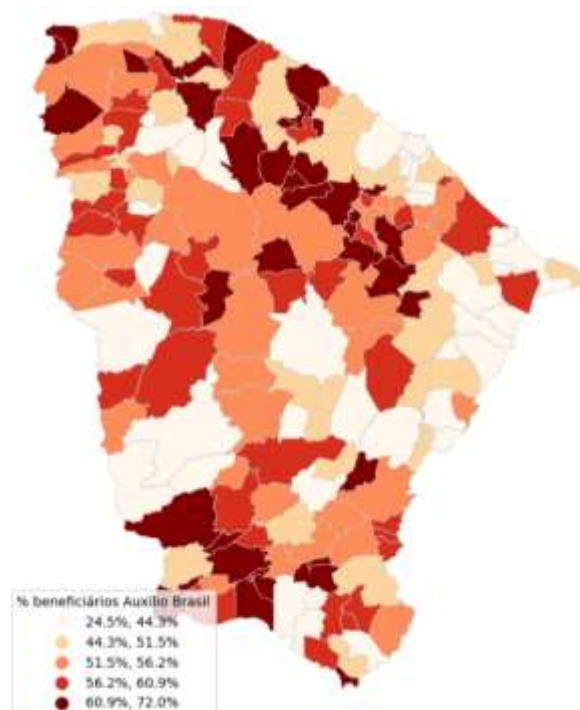
Esta seção dedica-se à interpretação e discussão dos resultados da investigação da vulnerabilidade social nos municípios cearenses. Para tanto, explorar-se-á as possíveis evidências de autocorrelação espacial na distribuição da variável dependente, bem como será testada a adequação do uso de modelos espaciais frente aos dados. Caso confirmada a pertinência, será identificado qual modelo apresenta melhor desempenho estatístico.

4.1 Análise Exploratória dos Dados Espaciais (AEDE)

A figura 2 apresenta a distribuição espacial do percentual de beneficiários do programa Auxílio Brasil nos municípios cearenses no ano de 2022. Observa-se uma clara heterogeneidade espacial, com concentrações mais elevadas de beneficiários em determinadas regiões, especialmente no sul e no noroeste do estado. As tonalidades mais escuras indicam municípios com maior proporção da população dependente do programa, utilizada neste estudo como uma *proxy* de maior vulnerabilidade social.

Essa visualização inicial já sugere a possível existência de autocorrelação espacial, uma vez que municípios vizinhos tendem a exibir padrões similares de concentração de beneficiários. A partir dessa constatação preliminar, faz-se necessária a aplicação de técnicas de análise exploratória de dados espaciais para confirmar a presença de dependência espacial e orientar a escolha do modelo econométrico mais adequado

Figura 2: Distribuição do Auxílio Brasil por Município – Ceará (2022).



Fonte: Elaboração própria a partir dos dados IBGE, Censo Demográfico 2022. (2025).

A Tabela 1 apresenta os dez municípios cearenses com maior e menor proporção de beneficiários do programa Auxílio Brasil no ano de 2022. Nota-se que os municípios com maior dependência do programa estão majoritariamente localizados em regiões de menor dinamismo econômico, reforçando sua condição de vulnerabilidade social. General Sampaio, por exemplo, possui mais de 70% de sua população incluída no programa.

Tabela 1: Os 10 municípios com as maiores e menores proporções de beneficiários do Auxílio Brasil (%) – Ceará (2022)

Nº	Municípios com Maior Proporção (%)	% Beneficiários	Municípios com Menor Proporção (%)	% Beneficiários
1	General Sampaio	72,05	Eusébio	24,52
2	Penaforte	71,88	Horizonte	29,03
3	Antonina do Norte	70,58	Itaitinga	30,21
4	Tejuçuoca	70,19	Juazeiro do Norte	31,10
5	Caridade	68,77	Sobral	32,44
6	Ibicuitinga	68,64	Fortaleza	33,29
7	Aratuba	67,92	Pacajus	33,75
8	Altaneira	67,48	Maracanaú	34,11
9	Tururu	66,95	Russas	34,63
10	Orós	65,99	Tauá	35,17

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados do CadÚnico e do IBGE - Censo Demográfico 2022. (2025).

Em contraste, municípios como Eusébio, Horizonte e Itaitinga apresentam os menores percentuais, sugerindo uma menor dependência de transferências de renda governamentais,

possivelmente devido a melhores condições socioeconômicas e maior dinamismo urbano e econômico. Essa disparidade sinaliza uma heterogeneidade espacial da vulnerabilidade social no estado do Ceará, o que justifica a aplicação de métodos de econometria espacial neste trabalho, como forma de investigar a presença de autocorrelação espacial e os fatores explicativos dessa distribuição.

4.2 Resultados do índice de Moran Global

A análise do Índice de Moran Global foi realizada utilizando três critérios distintos de vizinhança: contiguidade Queen (Rainha), contiguidade Rook (Torre) e vizinhança por distância (K-vizinhos mais próximos, com k=4). Os resultados, apresentados na Tabela 2, indicam a presença de autocorrelação espacial positiva e estatisticamente significativa na distribuição da variável dependente (*Auxílio Brasil*) em todos os casos.

Os valores do Índice de Moran Global situaram-se entre 0,33 e 0,35, com p-valores iguais a 0,001, reforçando a existência de um padrão espacial não aleatório. Diante disso, conclui-se que a utilização de modelos econométricos espaciais é metodologicamente adequada para o estudo proposto.

Tabela 2: Teste de Matriz de Vizinhança

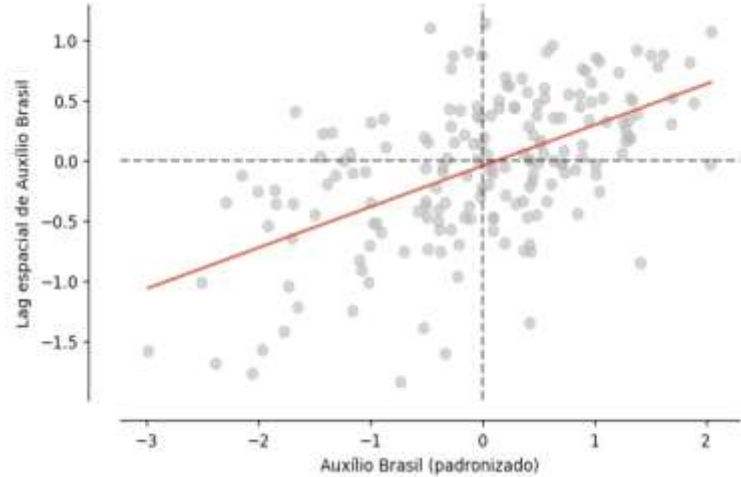
Matriz de Vizinhança	Moran's I	p-valor
Queen	0,3398	0,001
Rook	0,3312	0,001
KNN (k=4)	0,3460	0,001

Fonte: Elaboração Própria (2025).

Para as estimativas seguintes, optou-se pela matriz de vizinhança do tipo *Queen*, por ser amplamente utilizada na literatura aplicada em estudos municipais (Anselin, 1988; Silva, 2013), por considerar como vizinhos tanto os municípios que compartilham fronteiras (contiguidade de borda) quanto os que compartilham vértices (contiguidade de ponto). Essa característica permite capturar uma estrutura de dependência espacial mais abrangente, especialmente relevante em contextos com unidades territoriais irregulares, como é o caso dos municípios cearenses. Por essa razão, a matriz *Queen* é reconhecida por sua maior sensibilidade na detecção de padrões espaciais em análises socioeconômicas.

A partir desse resultado, realiza-se inicialmente o teste por meio do diagrama de dispersão do I de Moran Global, apresentado na Figura 3. Observa-se que o valor do I de Moran Global, igual a 0,3398, é superior ao valor esperado sob a hipótese de aleatoriedade. Isso permite rejeitar a hipótese nula de que a distribuição da pobreza entre os municípios do Ceará ocorre de forma aleatória. Assim, torna-se relevante investigar a presença de dependência espacial na distribuição da pobreza no contexto deste trabalho.

Figura 3: Diagrama de Dispersão de Moran – Auxílio Brasil (2022)



Fonte: Elaboração Própria (2025).

Nota-se que os municípios cearenses se concentram, em sua maioria, nos quadrantes I e III. Isso indica a presença de clusters espaciais homogêneos, nos quais municípios com alta proporção de beneficiários do Auxílio Brasil tendem a estar próximos de outros municípios igualmente vulneráveis (quadrante I), ao passo que municípios com baixa proporção do benefício se encontram cercados por unidades com o mesmo perfil (quadrante III). Tal configuração espacial sugere a existência de padrões regionalizados de vulnerabilidade social no estado, refletindo desigualdades estruturais que se perpetuam em determinadas regiões.

Por sua vez, o I de Moran bivariado faz a comparação de duas variáveis do modelo e seus resultados são apresentados na Tabela 3. Para tanto, a vulnerabilidade social (variável endógena) é comparada com cada uma das variáveis exógenas.

Tabela 3: Teste do Índice de Moran Bivariado

Variável Explicativa	Moran's I Bivariado	p-valor
Analfabetismo – 15 anos ou mais	0,2353	0,001
Jovens – 0 a 17	0,2466	0,001
Internet	-0,3309	0,001
IDM Global	-0,1578	0,001
Taxa de Empregos Formais	-0,2159	0,001

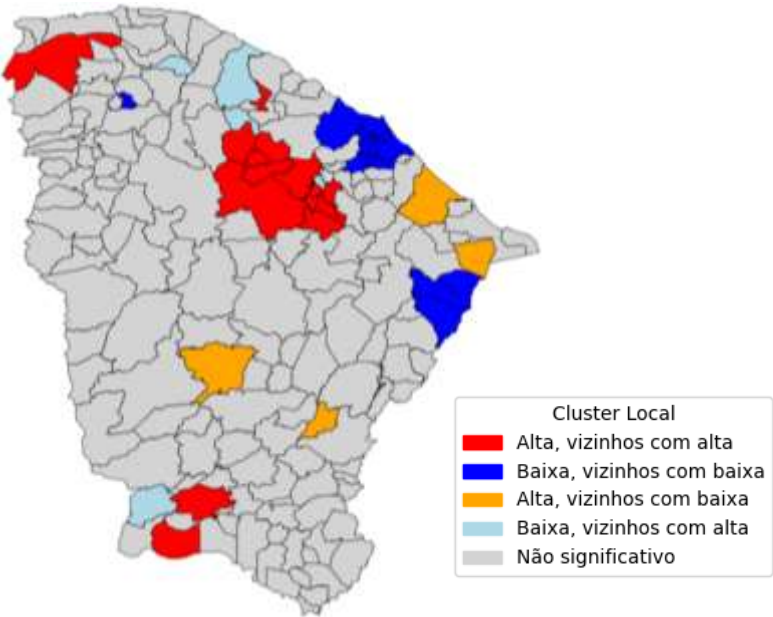
Fonte: Elaboração Própria (2025).

Os resultados do Índice de Moran Bivariado, revelam associações espaciais significativas entre a variável dependente (Auxílio Brasil) e cada uma das variáveis explicativas do modelo. Em especial, os indicadores de Analfabetismo e Jovens apresentam correlação espacial positiva, o que indica que municípios com altos níveis dessas variáveis estão cercados por outros municípios também vulneráveis. Por outro lado, Internet, IDM Global e Taxa de Empregos Formais exibem autocorrelação espacial negativa com a variável dependente, de modo a reforçar o papel dessas variáveis como fatores de mitigação da vulnerabilidade social.

4.3 Índice de Moran Local (LISA)

A figura 4, apresenta o mapa de clusters LISA (*Local Indicators of Spatial Association*) da variável Auxílio Brasil, utilizado como proxy de vulnerabilidade social nos municípios cearenses.

Figura 4: Mapa de Clusters da Distribuição Espacial do Auxílio Brasil no Ceará (2022)



Fonte: Elaboração Própria (2025).

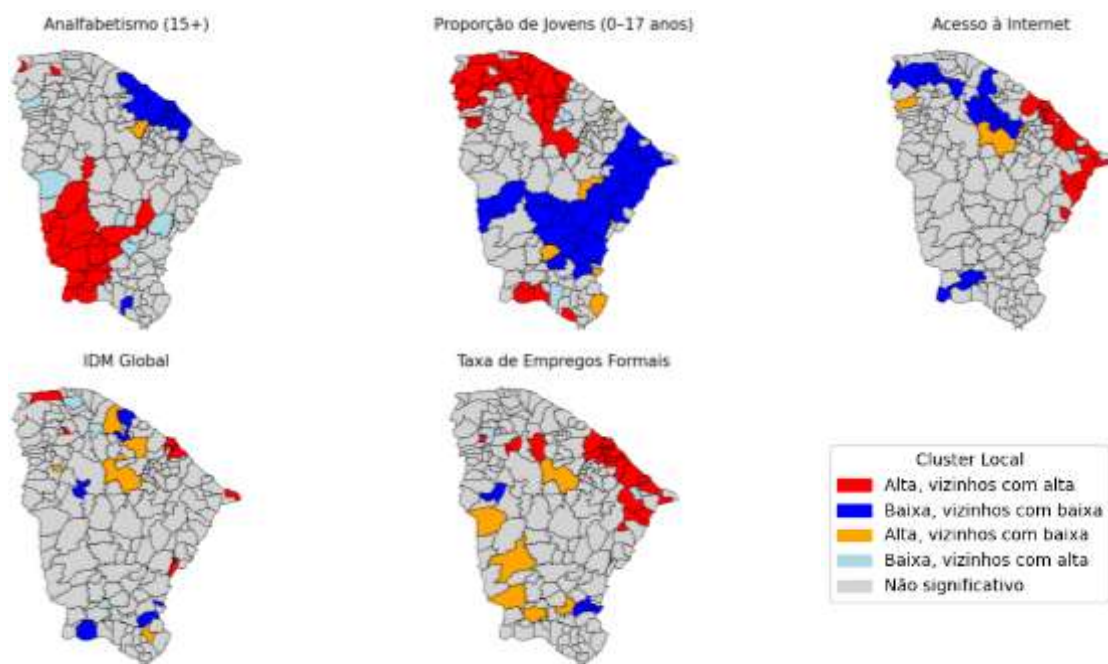
Observa-se a presença de agrupamentos espaciais estatisticamente significativos, sobretudo nos quadrantes Alta-Alta (destacados em vermelho) e Baixa-Baixa (em azul). Os clusters Alta-Alta indicam municípios com alta proporção de beneficiários do programa cercados por vizinhos igualmente vulneráveis, o que revela zonas de concentração de pobreza no território estadual. Já os clusters Baixa-Baixa refletem regiões onde a vulnerabilidade social é sistematicamente mais baixa entre os municípios vizinhos.

Também foram identificados *outliers* espaciais nos quadrantes Alta-Baixa (laranja) e Baixa-Alta (ciano), embora em menor quantidade, o que pode apontar para situações de desigualdade local ou transição entre regiões de diferentes condições socioeconômicas. Esses resultados reforçam a existência de dependência espacial local nos dados, complementando os achados do Índice de Moran Global e servindo como base para a aplicação dos modelos de econometria espacial no próximo tópico.

Além da análise da variável dependente, também foram examinadas as variáveis explicativas incluídas no modelo final, a fim de verificar se elas apresentam padrões espaciais locais semelhantes.

A figura 5, abaixo, apresenta os mapas LISA correspondentes às cinco variáveis independentes: *Analfabetismo (15+)*, *Proporção de Jovens (0–17 anos)*, *Acesso à Internet*, *IDM Global* e *Taxa de Empregos Formais*.

Figura 5: Mapas LISA das variáveis independentes



Fonte: Elaboração Própria (2025).

De modo geral, observa-se que essas variáveis também apresentam agrupamentos significativos do tipo Alta-Alta e Baixa-Baixa, o que reforça a presença de dependência espacial local nos fatores associados à vulnerabilidade social. A consistência entre os padrões espaciais da variável dependente e das explicativas fortalece a robustez analítica da abordagem e justifica, mais uma vez, a adoção de modelos de econometria espacial na etapa de regressão.

4.4 Resultados dos Modelos Econométricos

Diante da evidência de dependência espacial revelada pelo Moran Global e pelos indicadores locais de associação espacial (LISA), torna-se necessária a utilização de modelos econométricos espaciais para capturar adequadamente a interação entre municípios. A análise preliminar indica que os valores da variável dependente e de diversas covariáveis apresentam padrões de autocorrelação, sugerindo que fatores locais e características das regiões vizinhas influenciam conjuntamente a vulnerabilidade social no Ceará.

Para determinar a forma predominante de dependência espacial e orientar a escolha do modelo mais apropriado, foi aplicado o conjunto de testes de especificação proposto por Koley e Bera (2024), um avanço em relação aos testes propostos por Koley e Bera (2022). Esses testes permitem distinguir se a dependência ocorre na defasagem espacial da variável dependente, em defasagens das variáveis explicativas ou em ambos.

Tabela 4 - Teste de Koley–Bera

Teste	Hipótese nula	Estatística	Df	P-valor	Interpretação
RSL	Sem dependência espacial no lag da dependente	5.2024	1	0.0226	Rejeita $H_0 \rightarrow$ evidências fortes de dependência espacial em y
RSL*	Sem dependência espacial em y (ajustado para covariáveis)	3.1030	1	0.0781	Evidência marginal de dependência em y
RSG	Sem dependência espacial nas covariáveis	8.9391	5	0.1115	Não rejeita $H_0 \rightarrow$ sem evidências de lag nas covariáveis
RSG*	Sem dependência espacial nas covariáveis (robusto)	6.8397	5	0.2328	Não rejeita $H_0 \rightarrow$ ausência de defasagens em X
RSLG	Sem dependência conjunta (lag y + lag X)	12.0421	6	0.0610	Evidência fraca de dependência conjunta

Fonte: Elaboração própria (2025).

Os resultados do teste de Koley e Bera (2024), apresentados na Tabela 4, indicam que a principal fonte de dependência espacial decorre da defasagem da variável dependente. O teste RSL rejeita a hipótese nula ao nível de 5%, evidenciando dependência espacial significativa em y . Em contraste, os testes RSG e RSG* não rejeitam a hipótese de ausência de dependência espacial nas variáveis explicativas, sugerindo que os lags das covariáveis desempenham papel limitado na estrutura espacial dos dados. Assim, o diagnóstico aponta para a adequação de modelos baseados na defasagem da variável dependente, como o modelo SAR, em detrimento de modelos mais complexos que incluem as defasagens das covariáveis, como o SDM.

Portanto, os resultados apontam que a dependência espacial manifesta-se principalmente por meio da defasagem da variável dependente, justificando assim análise e interpretação do modelo SAR como especificação central do estudo. Entretanto, serão consideradas diferentes especificações espaciais SAR, SEM, SLX e SDM com o objetivo de comparar seus ajustes e interpretar as relações diretas e indiretas entre as variáveis de interesse. Os resultados das estimativas são apresentados na Tabela 5.

O modelo de MQO (Mínimos Quadrados Ordinários) foi utilizado como ponto de partida da análise, servindo como referência para as especificações espaciais subsequentes. Os resultados indicam que todas as variáveis explicativas foram estatisticamente significativas ao nível de 1%, com sinais consistentes com a literatura. O efeito positivo do analfabetismo e da proporção de jovens (0–17 anos) confirma a associação entre baixos níveis educacionais, dependência demográfica e maior vulnerabilidade social, aspectos frequentemente relacionados à inserção precária no mercado de trabalho e à baixa capacidade de resiliência socioeconômica (Barros et al., 2006; Silva; Ferreira, 2019). Em contraste, o acesso à internet, o IDM Global e a taxa de empregos formais apresentaram coeficientes negativos e significativos, sugerindo que melhores condições socioeconômicas e maior inclusão digital reduzem a dependência do Auxílio Brasil.

Apesar do bom ajuste do MQO (R^2 ajustado $\approx 0,57$) e da ausência de heterocedasticidade ou violações severas de normalidade, a avaliação do Índice de Moran aplicado aos resíduos evidenciou dependência espacial significativa, indicando que a suposição de independência espacial fundamental ao MQO é violada. Parte-se, assim, ao uso de modelos econométricos espaciais.

Tabela 5: Resultados dos Modelos Estimados

Variáveis	MQO	SAR	SEM	SLX	SDM
Constante	0,6513*** (0,1455)	0,5276*** (0,1442)	0,5890*** (0,1463)	1,0602*** (0,2692)	0,8708*** (0,2748)
Analfabetismo (15+)	0,4245*** (0,1459)	0,3919*** (0,1438)	0,4892*** (0,1534)	0,6276*** (0,1888)	0,6361*** (0,1811)
Proporção de jovens (0 -17)	1,4108*** (0,2464)	1,2334*** (0,2506)	1,3978*** (0,2626)	1,0045*** (0,3380)	1,0175*** (0,3237)
Acesso à internet	-0,4306*** (0,1109)	-0,3497*** (0,1091)	-0,3675*** (0,1122)	-0,2529** (0,1261)	-0,2281* (0,1212)
IDM global	-0,3226*** (0,0833)	-0,3225*** (0,0804)	-0,3257*** (0,0821)	-0,3134*** (0,0843)	-0,3195*** (0,0807)
Taxa de empregos formais	-0,0902*** (0,0271)	-0,0839*** (0,0262)	-0,0847*** (0,0270)	-0,0814*** (0,0281)	-0,0774*** (0,0269)
Lag analfabetismo (w_analf)	-	-	-	-0,5124* (0,2780)	-0,5612** (0,2683)
Lag jovens (w_jovens)	-	-	-	0,2725 (0,4799)	-0,0103 (0,4807)
Lag internet (w_internet)	-	-	-	-0,5369** (0,2224)	-0,4481** (0,2208)
Lag idm global (w_idm)	-	-	-	-0,0086 (0,1673)	0,1034 (0,1637)
Lag empregos formais (w_empregos)	-	-	-	-0,0410 (0,0544)	0,0309 (0,0533)
Lag dependente (ρ ou w_y)	-	0,2042** (0,0786)	0,2150** (0,1060)	-	0,2042* (0,1057)
Estatísticas	MQO	SAR	SEM	SLX	SDM
R ² ajustado / pseudo r ²	0,5698	0,5976	0,5806	0,5789	0,6120
Pseudo R ² espacial	-	0,5847	-	-	0,6015
Erro padrão da regressão	-	0,0599	0,0603	-	0,0588
Log-verossimilhança (log-lik)	253,216	256,050	254,877	257,798	259,4018
Critério de Akaike (AIC)	- 494,432	- 498,100	- 497,754	- 493,596	- 494,804
Critério de Schwarz (SC)	- 475,143	- 475,596	- 478,465	- 458,231	- 456,224
Teste F	49,4806	-	-	26,1566	-
Prob(F)	< 0,001	-	-	< 0,001	-
Condition number	88,863	-	-	223,252	-
Jarque-Bera (normalidade)	1,921 (p = 0,383)	-	-	2,295 (p = 0,317)	-
Breusch-Pagan (heterocedasticidade)	6,557 (p = 0,256)	-	-	9,805 (p = 0,458)	-
Nº DE OBSERVAÇÕES	184	184	184	184	184

Fonte: Elaboração própria (2025).

Nota¹: Erros padrão entre parênteses.

Nota²: ***p < 0,01; **p < 0,05; *p < 0,10

Como visto, os resultados indicaram que a dependência espacial está concentrada principalmente na defasagem espacial da variável dependente, enquanto a evidência de defasagens nas covariáveis foi fraca ou marginal. Isso orientou a priorização de um modelo com estrutura de defasagem espacial na variável dependente, isto é, o modelo SAR.

O modelo SAR, que incorpora explicitamente essa dependência por meio do parâmetro autorregressivo espacial ρ , apresentou um coeficiente positivo e significativo ($\rho = 0,2042$; $p < 0,05$), indicando que a vulnerabilidade social em um município tende a associar-se à vulnerabilidade dos municípios vizinhos. Esses resultados estão alinhados com a literatura que discute a difusão espacial de condições estruturais de pobreza e exclusão (Elhorst, 2014).

Além disso, todas as variáveis explicativas permaneceram significativas e com sinais consistentes com o modelo base. A variável com maior efeito foi a proporção de jovens (1,41). Isso se

deve ao fato de que o Auxílio Brasil considerava a composição familiar como critério. O outro fator estimado com efeito positivo foi a taxa de analfabetismo (0,42), considerando as pessoas com 15 anos ou mais. O analfabetismo é um fator limitante para a produtividade e empregabilidade das pessoas, tornando-as mais dependentes de programas sociais, nesse caso de transferências de renda do governo.

Os efeitos negativos estimados das variáveis acesso à internet, IDM Global e taxa de empregos formais implicam que quanto maiores, menor tende a ser a vulnerabilidade social. Atuam como fatores com potencial para mitigar essa situação socioeconômica. Entende-se a taxa de empregos formais como um impacto direto, uma vez que está diretamente associado ao aumento da renda e à perda da elegibilidade do benefício. O acesso à internet atua como ferramenta de estudo e trabalho, ambos aspectos associados ao aumento de produtividade e renda.

Comparando com o modelo MQO de base todos os coeficientes estimados pelo modelo SAR apresentaram-se menores, sendo o referente ao IDM Global apenas marginalmente. Isso indica que na ausência do componente espacial os coeficientes estavam sendo superestimados. Portanto, a modelagem espacial desse fenômeno possibilita maior acurácia dos resultados. Nesse sentido, o ajuste do modelo melhorou de forma expressiva em relação ao MQO, com pseudo R^2 de 0,5976, melhor log-verossimilhança e menor critério de informação de Akaike – AIC (Akaike, 1973), reforçando a adequação do SAR aos dados.

O modelo SEM (*Spatial Error Model*) estimado, considerando a possibilidade de que a dependência espacial estivesse concentrada em fatores não observados. O coeficiente λ foi significativo ($\lambda = 0,2150$; $p < 0,05$), indicando que parte da autocorrelação espacial pode estar associada a características não incluídas no modelo, como padrões regionais de infraestrutura, instituições ou cultura local. Neste caso específico a não consideração da defasagem espacial da variável dependente, apontada pelos testes como a melhor especificação pode estar gerando esse efeito. O desempenho global desse modelo (pseudo $R^2 = 0,5806$ e log-lik inferior ao SAR) foi menos satisfatório, sugerindo que a dependência espacial nos dados não se limita a fatores omitidos.

O modelo SLX (*Spatial Lag of X*), focado nos efeitos das variáveis explicativas dos municípios vizinhos sobre a vulnerabilidade local, apresentou alguns resultados importantes, especialmente para as defasagens espaciais relativas à Analfabetismo ($p < 0,10$) e Internet ($p < 0,05$), indicando possíveis externalidades educacionais e de inclusão digital. No entanto, os coeficientes espaciais das outras variáveis explicativas não foram significativos e o modelo apresentou desempenho inferior ao SAR. Sua estrutura, limitada à captação de efeitos locais sem retroalimentação, também restringe seu poder explicativo no contexto analisado.

O modelo SDM (*Spatial Durbin Model*), por sua vez, incorpora simultaneamente as defasagens espaciais tanto da variável dependente quanto das independentes, oferecendo uma estrutura mais abrangente. O SDM apresentou melhores indicadores de ajuste como maior pseudo R^2 (0,6120) e maior log-verossimilhança, porém com maior complexidade paramétrica. De acordo com o teste de Koley–Bera, não há evidências suficientemente fortes para justificar a inclusão sistemática das defasagens espaciais das covariáveis (evidência fraca – $p < 0,10$), fato que enfraquece a justificativa para adotar o SDM como modelo final, apesar de seu ajuste estatístico ligeiramente superior. Além disso, diversos coeficientes espaciais no SDM não foram significativos, sugerindo que parte do ganho estatístico deriva do aumento de flexibilidade do modelo.

Considerando o princípio da parcimônia aliado ao diagnóstico de Koley–Bera, o modelo SAR se destaca como a especificação mais apropriada para explicar a vulnerabilidade social nos municípios cearenses. Ao combinar bom desempenho estatístico, interpretação substantiva consistente e estrutura alinhada à forma predominante de dependência espacial identificada nos dados, oferece uma interpretação consistente dos efeitos dos fatores explicativos.

Em suma, mostrou-se que a vulnerabilidade apresenta concentrações territoriais no estado do Ceará. Essas evidências podem subsidiar o direcionamento de políticas focalizadas, proporcionando maior eficiência no gasto público, priorizando regiões mais críticas em um contexto de recursos escassos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Investigou-se a distribuição espacial da vulnerabilidade social nos municípios do Ceará, utilizando como indicador o percentual de beneficiários do Programa Auxílio Brasil no ano de 2022. Confirmou-se a hipótese de que a vulnerabilidade social no estado do Ceará não se distribui de maneira aleatória, mas sim apresenta concentrações territoriais persistentes, especialmente em áreas do interior, historicamente marcadas por carências estruturais e menor dinamismo econômico. Diante disso, a incorporação explícita de ferramentas da econometria espacial permitiu compreender como diferentes formas de desigualdade socioeconômica se estruturam e se disseminam no território, superando limitações inerentes aos métodos tradicionais que assumem independência entre unidades geográficas.

O modelo escolhido considera a dependência espacial da vulnerabilidade social, indicando que a vulnerabilidade social de um município tende a se assemelhar à de seus vizinhos, em linha com a literatura sobre difusão espacial de desigualdades. As variáveis explicativas apresentaram significância e sinais esperados, destacando-se a forte influência da proporção de jovens e da taxa de analfabetismo, que elevam a vulnerabilidade social ao refletirem limitações estruturais de renda, produtividade e elegibilidade a programas sociais. Em contraste, acesso à internet, IDM Global e taxa de empregos formais apresentaram efeitos negativos, sugerindo que melhores condições socioeconômicas e de infraestrutura reduzem a vulnerabilidade por meio do aumento da produtividade, das oportunidades de trabalho e da menor dependência de políticas de transferências de renda.

De forma geral, os resultados deste estudo corroboram a importância de abordagens que considerem aspectos espaciais para a compreensão da vulnerabilidade social. A utilização de modelos espaciais, aliada a testes de diagnóstico atuais, permitiu identificar não apenas onde a vulnerabilidade é observada, mas também como se relaciona entre municípios e regiões vizinhas. A identificação simultânea desses padrões espaciais e dos determinantes locais permite compreender não apenas onde a vulnerabilidade é mais intensa, mas também quais mecanismos socioeconômicos a perpetuam.

Espera-se que este estudo forneça potencialmente subsídios para o direcionamento eficiente do gasto público, sobretudo em contextos de restrição orçamentária por parte do poder público. Ao reconhecer que a vulnerabilidade se organiza em clusters espaciais, políticas estaduais de combate às desigualdades podem ser desenhadas de forma mais focalizada, priorizando municípios e microrregiões onde a combinação de analfabetismo elevado e baixa formalização tende a gerar efeitos multiplicadores negativos. Do mesmo modo, investimentos em conectividade digital e dinamização do mercado formal de trabalho podem produzir *spillovers* positivos sobre municípios vizinhos, ampliando o impacto das intervenções. Assim, o alinhamento entre evidências espaciais e decisões de alocação de recursos contribui para elevar a eficiência das políticas públicas orientadas à redução das desigualdades intermunicipais no Ceará.

REFERÊNCIAS

- AKAIKE, H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. In B. N. Petrov & B. F. Csaki (Eds.), **Second International Symposium on Information Theory**, p. 267–281. Akademiai Kiado: Budapest. 1973.
- ALKIRE, S.; FOSTER, J. Counting and multidimensional poverty measurement. **Oxford: Oxford Poverty & Human Development Initiative**, 2007. (OPHI Working Paper, n. 7).
- ALMEIDA, E. S. **Econometria espacial aplicada**. Campinas: Editora Alínea, 2012.
- ANSELIN, Luc. **Spatial econometrics: Methods and models**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1988.
- AYRES, José Ricardo de Carvalho Mesquita; CALAZANS, Gabriela Junqueira; SALETTI FILHO, Haraldo César; FRANÇA JÚNIOR, Ivan. Risco, vulnerabilidade e práticas de prevenção e promoção da saúde. In: CAMPOS, Gastão Wagner de Sousa et al. (Orgs.). **Tratado de Saúde Coletiva**. São Paulo/Rio de Janeiro: Hucitec/Fiocruz, 2006. p. 375–417.

- BARRETO, R. C. S.; SANTOS, E. I.; CARVALHO, I. C. Uma análise espacial da pobreza multidimensional nos bairros de Fortaleza-Ceará. **Revista Brasileira de Estudos Regionais e Urbanos**, v. 12, n. 2, p. 121-152, 2018.
- BARROS, C. P.; GUPTA, R. Development, Poverty and Inequality: A Spatial Analysis of South African Provinces. **The Journal of Developing Areas**. v. 51, n. 1, p. 19-32. 2017.
- BARROS, R. P.; HENRIQUES, R.; MENDONÇA, R. A. Desigualdade de renda no Brasil: uma análise da queda recente. **IPEA**, Rio de Janeiro, v. 8, n. 1, p. 117–147, 2006.
- BARROS, R. P.; MENDONÇA, R. O impacto dos programas de transferência de renda sobre a desigualdade no Brasil. Texto para discussão nº 852. Brasília: **Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – IPEA**, 2001.
- BRAMBILLA, M. A.; CUNHA, M. S. Pobreza multidimensional no Brasil, 1991, 2000 e 2010: uma abordagem espacial para os municípios brasileiros. **Nova Economia**. v.31, n.3, p.869-898. 2021.
- BRASIL. Conselho Nacional de Assistência Social (CNAS); Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome (MDS). Política Nacional de Assistência Social – PNAS/2004: Norma Operacional Básica – NOB/SUAS. **Resolução CNAS nº 145**, de 15 de outubro de 2004. Brasília: MDS, 2004. Disponível em: https://www.mds.gov.br/webarquivos/publicacao/assistencia_social/Normativas/PNAS2004.pdf Acesso em: 7 jul. 2025.
- BRASIL. Ministério da Cidadania. Auxílio Brasil: o que é. Brasília: **Ministério da Cidadania**, 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/cidadania/pt-br/auxilio-brasil>. Acesso em: 7 de agosto. 2025.
- CAGED – Cadastro Geral de Empregados e Desempregados. Novo CAGED – Painel de Informações do Mercado de Trabalho Formal. Brasília: **Ministério do Trabalho e Emprego**, 2024. Disponível em: <https://bi.mte.gov.br/bgcaged/>. Acesso em: 7 jul. 2025.
- CANAZAS, V. M. A.; FILOCREÃO, A. S. M.; MEDEIROS, F. A.; FAUSTINO, C. G. F. Análise espacial da pobreza no Brasil, 2012-2022. **Revista Observatorio de la Economía Latinoamericana**. v.22, n.12, p. 01-22. 2024.
- CHIARINI, T. Análise espacial da pobreza municipal no Ceará, 1991-2000. **Revista de Economia**, v. 34, n. 2, p. 69-93, 2008.
- ELHORST, J. P. Spatial econometrics: from cross-sectional data to spatial panels. Berlin: Springer, 2014. **E-book**.
- FINGLETON, Bernard. Where is the economics in spatial econometrics? **Regional Science and Urban Economics**, v. 31, n. 5, p. 453-471, 2001.
- GLAESER, E. L.; KALLAL, H. D.; SCHEINKMAN, J. A.; SHLEIFER, A. Growth in cities. **Journal of Political Economy**, v. 100, n. 6, p. 1126-1152, 2003.
- HAGENAARS, A.; DE VOS, K. The definition and measurement of poverty. **The Journal of Human Resources**, v. 23, n. 2, p. 211-221, 1998.
- HOLT, J. B. The Topography of Poverty in the United States: A Spatial Analysis Using CountyLevel Data From the Community Health Status Indicators Project. Preventing Chronic Disease – Public Health Research, Practice, and Policy. v. 4, n. 4, 2007.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Censo Demográfico 2022: resultados preliminares. Rio de Janeiro: **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**, 2023. Disponível em: <https://sidra.ibge.gov.br/>. Acesso em: 7 jul. 2025.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Conceitos e definições: Analfabetismo. Rio de Janeiro: **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**, 2023. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/explica/analfabetismo.html>. Acesso em: 7 jul. 2025.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Pobreza cai para 31,6% da população em 2022 após alcançar 36,7% em 2021. Rio de Janeiro: **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**. Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br>. Acesso em: 18 dez. 2024.

INSTITUTO DE PESQUISA E ESTRATÉGIA ECONÔMICA DO CEARÁ - IPECE. Análise espacial da extrema pobreza no estado do Ceará. Fortaleza: **IPECE**, 2013 Disponível em https://www.ipece.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/45/2013/05/ANALISE_ESPACIAL_DA_EXTREMA_POBREZA_NO_ESTADO_DO_CEARA.pdf. Acesso em: 7 dez. 2024.

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA – IPEA. Pesquisa avalia impactos da expansão do Auxílio Brasil. Brasília: **Ipea**, 2022. Disponível em: <https://www.ipea.gov.br/portal/categorias/45-todas-as-noticias/noticias/12889-pesquisa-avalia-impactos-da-expansao-do-auxilio-brasil>. Acesso em: 7 dez. 2024.

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA. Em dez anos, renda dos mais pobres cresceu 90%. **IPEA**. Disponível em: https://portalantigo.ipea.gov.br/agencia/index.php?catid=4%3Apresidencia&directory=1&id=15593%3Aem-dez-anos-renda-dos-mais-pobres-cresceu-90&option=com_content&view=article. Acesso em: 18 dez. 2024.

IPEA – Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada. Atlas da vulnerabilidade social nos municípios brasileiros. Brasília: **IPEA**, 2015. Disponível em: <https://ivs.ipea.gov.br>. Acesso em: 07 jul. 2025.

IPECE – Instituto de Pesquisa e Estratégia Econômica do Ceará. **Informe** nº 140 – 10 de outubro de 2018. Disponível em: https://www.ipece.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/45/2018/12/ipece_informe_140_10_Out2018.pdf. Acesso em: 8 dez. 2024.

IPECE – Instituto de Pesquisa e Estratégia Econômica do Ceará. Índice de Desenvolvimento Municipal (IDM Global). Fortaleza: **Governo do Estado do Ceará**, 2024. Disponível em: https://www.ipece.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/45/2025/02/IDM_2019-2022.pdf/. Acesso em: 7 jul. 2025.

JOSH, S.; GEBREMEDHIN, T. A Spatial Analysis of Poverty and Income Inequality in the Appalachian Region. **Journal of Rural and Community Development**. v. 7, n. 2, p. 118-130. 2012.

KAZTMAN, R. Notas sobre a vulnerabilidade social. Montevideu: **CEPAL/Programa Eurolatinoamericano de Inclusión Social**, 2000.

KHAN, S. U.; SLOBODA, B. W. Spatial analysis of multidimensional poverty in Pakistan: Do income and poverty score of neighboring regions matter? **GeoJournal**, v. 88, p. 2823–2849. 2023

KOLEY, Malabika; BERA, Anil K. Testing for Spatial Dependence in a Spatial Autoregressive (SAR) Model in the Presence of Endogenous Regressors. **Journal of Spatial Econometrics**, v. 3, n. 1, p. 1-46, 2022.

KOLEY, Malabika; BERA, Anil K. To use, or not to use the Spatial Durbin Model? – that is the question. **Spatial Economic Analysis**, v. 19, n. 1, p. 30-56, 2024.

LE SAGE, J. P.; PACE, R. K. **Introduction to spatial econometrics**. 1. ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2009.

MEDEIROS, C. N.; PINHO NETO, V. R. Os determinantes espaciais da extrema pobreza no estado do Ceará – 2010. **IPECE – Textos para Discussão**. Nº 97, Outubro / 2011.

MONTEIRO, Simone Rocha da Rocha Pires. O marco conceitual da vulnerabilidade social. **Sociedade em Debate**, Pelotas, v. 17, n. 2, p. 29–40, jul.–dez. 2011.

MORAIS, N. L. F.; SANTOS, J. F. C. Análise da dimensão espacial da pobreza em Minas Gerais. **Rev. Econ. do Centro-Oeste**, v.5, n.2, p. 38-54, 2019.

- MORAN, P. A. P. Notes on Continuous Stochastic Phenomena. **Biometrika**, Oxford, v. 37, n. 1/2, p. 17–23, 1950. Disponível em: <https://doi.org/10.2307/2332142>. Acesso em: 15 jul. 2025.
- MOVAHHED, A.; NOORI, S. V.; HATAMINEJAD, H.; ZANGANEH, A.; KAJOURI, M. K. Spatial Analysis of Urban Poverty in Tehran Metropolis. **The Scientific -Research Quarterly Journal of Urban Economics and Management**. v. 4, n. 3, p. 19 – 36. 2016.
- NAWAWI, S. A.; BUSU, I.; FAUZI, N.; AMI, M. F. M. Determinants of Poverty: A Spatial Analysis. *Journal of Tropical Resource Sustainable Science*. v. 7, p. 83-87. 2019.
- NEVES, Cleverson; CÂMARA, Márcia Regina Gabardo; SESSO FILHO, Umberto Antonio; ESTEVEZ, Emerson Guzzi Zuan. Análise do índice de Gini nos municípios de Santa Catarina em 2000 e 2010: uma abordagem exploratória de dados espaciais. **Revista Brasileira de Estudos Regionais e Urbanos**. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/303473973>. Acesso em: 08 jul. 2025.
- REIS, Eustáquio J. Historical Perspectives on Regional Income Inequality in Brazil, 1872–2000. **Working Paper desigualdades**, 2017. Disponível em: https://www.desigualdades.net/Resources/Working_Paper/66-WP-Reis-Online.pdf. Acesso em: 06 ago. 2025.
- ROWNTREE, Benjamin Seebohm. **Poverty, a Study of Town Life**. 1. ed. Londres: Macmillan, 1901.
- SEN, Amartya. **Poverty and famines: an essay on entitlement and deprivation**. Oxford: Clarendon Press, 1981.
- SEPLAG-CE. Caderno Regional Sertão Central. Fortaleza: Secretaria do Planejamento e Gestão do Estado do Ceará; **Instituto de Pesquisa e Estratégia Econômica do Ceará – IPECE**, 2017. Disponível em: <https://www.seplag.ce.gov.br/wp-content/uploads/sites/14/2017/05/Sert%C3%A3o-Central.pdf>. Acesso em: 06 ago. 2025.
- SILVA, A. F. S.; JUSTO, W. R. A pobreza dos municípios cearenses: uma análise espacial. In: **Desafios da sustentabilidade no semiárido nordestino**. Organizadores: Jair Andrade Araujo, José Newton Pires Reis, Evânio Mascarenhas Paulo, Ansu Mancal. Fortaleza – CE. 2014.
- SILVA, F. A.; FERREIRA, A. L. Jovens e vulnerabilidade social: um estudo regional no Brasil. **Revista de Políticas Públicas**, São Luís, v. 23, n. 1, 2019.
- SILVA, Leandro Nunes Soares da; BORGES, Murilo José; PARRÉ, José Luiz. Distribuição Espacial da Pobreza no Paraná. **Revista de Economia**, v. 39, n. 3, 2013. DOI: 10.5380/re.v39i3.33938.
- SMITH, Adam. **A riqueza das nações**. 1. ed. São Paulo: Edipro, 2022.
- TEIXEIRA, K. H. Uma análise espacial da pobreza no Estado de Alagoas. **Redes** (St. Cruz Sul, Online), v.25, Ed. Especial 2, p. 2668 - 2692. 2020
- TOBLER, W. R. A Computer Movie Simulating Urban Growth in the Detroit Region. **Economic Geography**. n. 46, p. 234–240. 1970.
- TONG, X.; KIM, J. H. Concentration or diffusion? Exploring the emerging spatial dynamics of poverty distribution in Southern California. **Cities**. v. 85, p. 15-24. 2019.
- TOWNSEND, Peter. **Poverty in the United Kingdom**. 1. ed. London: Allen Lane, 1979.
- WORLD BANK. **World Development Report 2016: Digital Dividends**. Washington, DC: The World Bank, 2016. Disponível em: <https://www.worldbank.org/en/publication/wdr2016>. Acesso em: 06 ago. 2025.
- ZANDI, R.; ZANGANEH, M.; AKBARI, E. Zoning and spatial analysis of poverty in urban areas (Case Study: Sabzevar City-Iran). **Journal of Urban Management**. v. 8, p. 342-354. 2019.